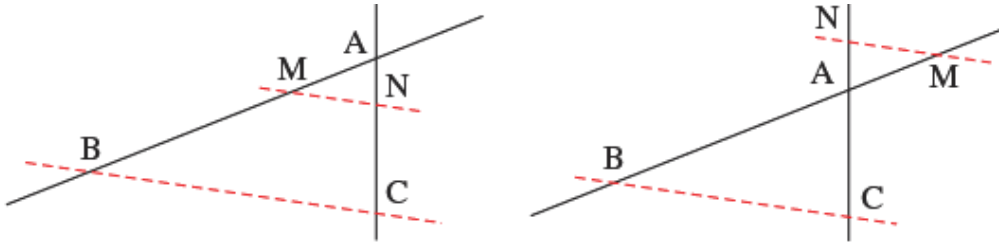


Démontrer que deux droites sont parallèles

I – Réciproque du théorème de Thalès.

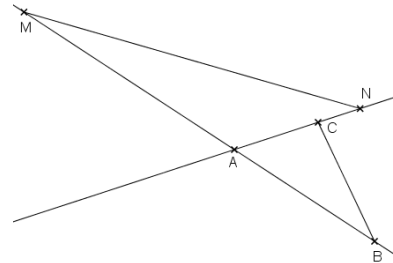
Réciproque

Si d'une part les points A, M et B , et d'autre part les points A, N et C sont alignés dans le même ordre, et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (CB) sont parallèles.



La condition « les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre » est essentielle pour démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

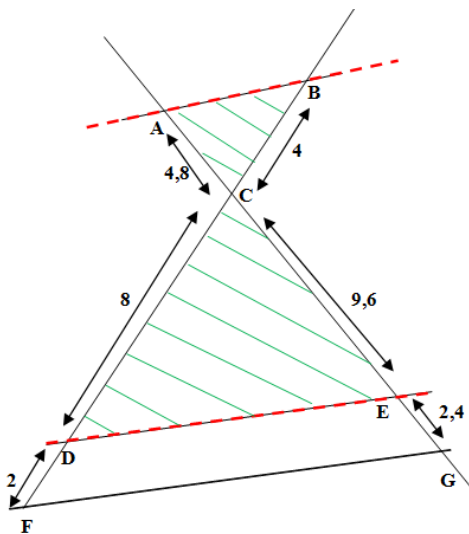
Ex : Dans la figure ci-contre, on pourrait vérifier en donnant des longueurs que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et pourtant (MN) et (BC) ne sont pas parallèles !



Dans la 1^{ère} figure en haut, les points A, M, B et A, N, C sont disposés dans le même ordre c'est-à-dire qu'on se déplace de la même manière pour aller de A à B en passant par M et pour aller de A à C en passant par N . Idem pour la 2^{ème} figure du haut, mais ce n'est plus vrai dans ce dernier cas !

II – Applications.

1°) Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?



Dans les triangles CAB et CDE :

- D'une part : ← calcul du premier quotient

$$\frac{CA}{CE} = \frac{4,8}{9,6} = 0,5 \quad \leftarrow \text{ici, on peut mettre } 0,5 \text{ mais attention,}$$

jamais de valeur approchée !

- D'autre part : ← calcul du deuxième quotient

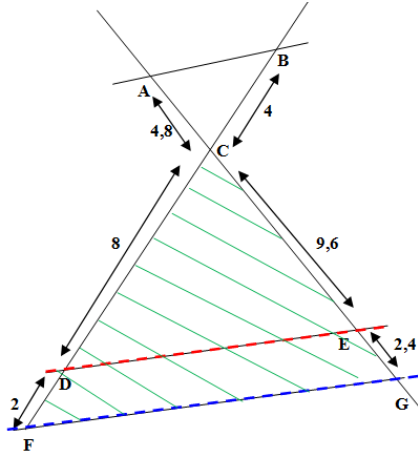
$$\frac{CB}{CD} = \frac{4}{8} = 0,5$$

- On compare : $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD}$

De plus, les points A, C, E et B, C, D sont alignés dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AB) et (DE) sont parallèles.

2°) Prouver que les droites (DE) et (FG) sont parallèles.



Dans les triangles CDE et CFG :

- D'une part :

$$\frac{CD}{CF} = \frac{8}{8+2} = \frac{8}{10} = 0,8$$

- D'autre part :

$$\frac{CE}{CG} = \frac{9,6}{9,6+2,4} = \frac{9,6}{12} = 0,8$$

- On compare : $\frac{CD}{CF} = \frac{CE}{CG}$

De plus, les points C, D, F et C, E, G sont alignés dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (DE) et (FG) sont parallèles.

3°) Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?

Les points B, A, E d'une part et C, A, D d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AE}{AB} = \frac{1,8}{4,8} = 0,375 \text{ et } \frac{AD}{AC} = \frac{2,4}{5} = 0,48.$$

$\frac{AE}{AB} \neq \frac{AD}{AC}$: l'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.

Donc les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.

