

I – Une équation, qu'est-ce que c'est ?

1°) Définitions :

Une équation est une égalité comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres. Ces lettres sont les **inconnues** de l'équation.

Ex : $3x + 5 = 17 - x$ est une équation d'inconnue x .

$\underbrace{\hspace{2cm}}$ $\underbrace{\hspace{2cm}}$
 Membre Membre
 de gauche de droite

Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs de x et fausse pour d'autres.

Pour $x = 2$: $3x + 5$ et $17 - x$
 $= 3 \times 2 + 5$ $= 17 - 2$
 $= 11$ $= 15$
 $11 \neq 15$ donc pour $x = 2$, l'égalité est fausse.

Pour $x = 3$: $3x + 5$ et $17 - x$
 $= 3 \times 3 + 5$ $= 17 - 3$
 $= 14$ $= 14$
 $14 = 14$ donc pour $x = 3$, l'égalité est vraie.
 On dit alors que 3 est une solution de l'équation $3x + 5 = 17 - x$.

2°) Solution d'une équation.

Définition : Une solution d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

Ex : On considère l'équation $4x + 10 = 6x - 7$
 1 est-il une solution de cette équation ? Et 8,5 ?

$4 \times 1 + 10 = 14$ et $6 \times 1 - 7 = -1$
 $4 \times 1 + 10 \neq 6 \times 1 - 7$
 donc 1 n'est pas solution de l'équation.

$4 \times 8,5 + 10 = 44$ et $6 \times 8,5 - 7 = 44$
 $4 \times 8,5 + 10 = 6 \times 8,5 - 7$
 donc 8,5 est une solution de l'équation.

II – Résoudre une équation.

Résoudre une équation signifie trouver toutes les solutions de cette équation.

1°) Premières techniques pour trouver des solutions.

✓ **On fait des essais** : on veut résoudre l'équation $5x + 9 = 2x + 21$

On remplace x par les premiers nombres entiers : 0, 1, 2, ... et on se rend compte que 4 est une solution.

✓ **On utilise le tableur** : on veut résoudre l'équation $22 - x = \frac{x}{2} + 8,5$

On programme les deux membres de l'équation dans le tableur et on fait varier x :

On se rend compte que 9 est une solution.

	A	B	C
1	x	22 - x	x/2 + 8,5
2	0	22	8,5
3	1	21	9
4	2	20	9,5
5	3	19	10
6	4	18	10,5
7	5	17	11
8	6	16	11,5
9	7	15	12
10	8	14	12,5
11	9	13	13
12	10	12	13,5
13	11	11	14
14	12	10	14,5

La technique des essais et celle du tableur présentent des inconvénients.

En effet, si la solution est un grand nombre entier ou un nombre décimal, elle sera difficile à trouver en faisant des essais et le tableur ne permettra pas de trouver une solution fractionnaire !

C'est pourquoi on va maintenant suivre une méthode de résolution plus générale, qui marchera à tous les coups pour les équations rencontrées en 3^e !

2°) Comment résoudre une équation en général ?

Pour cela, on utilise les propriétés suivantes :

Propriétés : Une égalité reste vraie lorsque :

- on ajoute ou on soustrait la même quantité aux 2 membres. (1)
- on multiplie ou on divise chaque membre par un même nombre non nul. (2)

Ex 1 : On veut résoudre les deux équations suivantes :

$6x - 13 = 36,5$	↙ On utilise la propriété (1) ↘	$\frac{x}{7} + 9,2 = 4$
$6x - 13 + 13 = 36,5 + 13$ <i>(on a ajouté 13 aux 2 membres)</i>		$\frac{x}{7} + 9,2 - 9,2 = 4 - 9,2$ <i>(on a soustrait 9,2 aux 2 membres)</i>
$6x = 49,5$	↙ On utilise la propriété (2) ↘	$\frac{x}{7} = -5,2$
$\frac{6x}{6} = \frac{49,5}{6}$ <i>(on a divisé chaque membre par 6)</i>		$\frac{x}{7} \times 7 = -5,2 \times 7$ <i>(on a multiplié chaque membre par 7)</i>
$x = 8,25$		$x = -36,4$
<u>8,25 est la solution de l'équation.</u>		<u>-36,4 est la solution de l'équation.</u>

Ex 2 : On veut résoudre l'équation $5x - 19 = 2x + 8$

↙ On utilise la propriété (1) ↘	$5x - 19 - 2x = 2x + 8 - 2x$ <i>(on a soustrait 2x aux 2 membres)</i>
	$3x - 19 = 8$
	$3x - 19 + 19 = 8 + 19$ <i>(on a ajouté 19 aux 2 membres)</i>
	$3x = 27$
→ On utilise la propriété (2)	$\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$ <i>(on a divisé chaque membre par 3)</i>
	$x = 9$
	<u>9 est la solution de l'équation.</u>

3°) Modéliser une situation.

Ex : Maël pense à un nombre. Lorsqu'il ajoute 17 au triple de ce nombre, il obtient 89.
A quel nombre a-t-il pensé ?

- On choisit l'inconnue : soit x le nombre auquel pense Maël.
- On traduit les données de l'énoncé par une équation : $17 + 3x = 89$
- On résout cette équation et on conclut : $17 + 3x = 89$

$$17 + 3x - 17 = 89 - 17$$

$$3x = 72$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{72}{3}$$

$$x = \frac{72}{3}$$

$$x = 24$$

24 est la solution de l'équation ; Maël a pensé au nombre 24.